Übungen zur Kostenfunktion 2017

1) In einer Glasmanufaktur können im Monat maximal 45000 Gläser produziert werden.
   Die Fixkosten betragen 75000 €.
   a) Erstellen Sie die Gesamtkostenfunktion, wenn man mit 1,50€ pro Glas rechnet
   b) Ermitteln Sie die durchschnittlichen Kosten pro Stück, wenn man von voller Auslastung der Kapazität ausgeht.
   c) Berechnen Sie die durchschnittlichen Kosten pro Glas, wenn man nur mit 60% Auslastung rechnen kann.
   d) Der Verkaufspreis pro Glas beträgt 8€. Wie groß ist der Gewinn pro Stück bei voller Auslastung?

2) Eine Ofenproduktion arbeitet mit der Kostenfunktion $K(x) = x^2 + 8x + 32$.
   Die Nachfragefunktion wurde mit $p(x) = 80 - 10x$ ermittelt.
   − Bestimmen Sie die Gewinngrenzen und das Gewinnmaximum sowie den zugeordneten Preis.

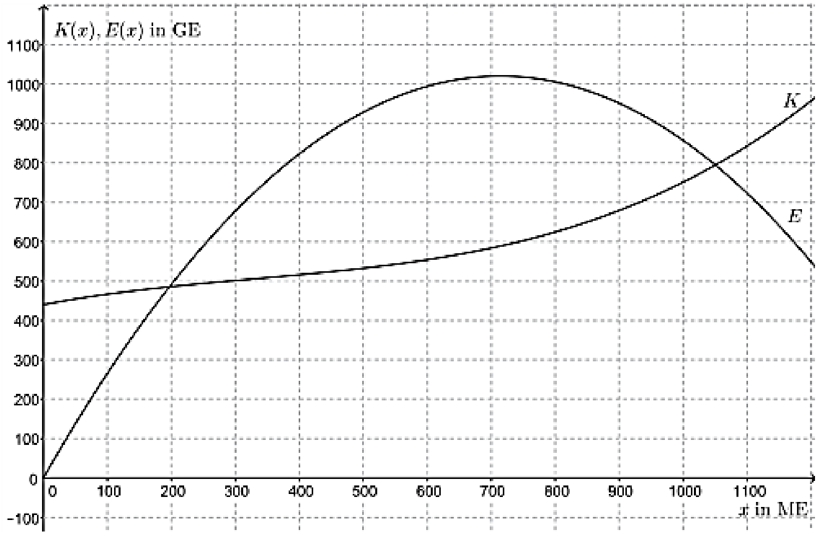
3) Ein atomistischer Betrieb arbeitet mit der Kostenfunktion $K(x) = 0{,}05x^2 - 0{,}05x + 3{,}75$.
   Der fixe Marktpreis beträgt p = 1,80 GE/ME.
   − Berechnen Sie die Gewinngrenzen und das Gewinnmaximum.

4) Die Fixkosten eines Betriebes betragen 2000 €. Eine Produktion von 50 Einheiten führt zu Gesamtkosten von 5500 €.
   a) Bestimmen Sie die lineare Gesamtkostenfunktion.
   b) Bestimmen Sie die Stückkostenfunktion und damit den Wert bei x=200 Stück der Produktion
   c) Die Preisfunktion ist $p(x) = 200 - 0{,}5x$. Berechnen Sie das Gewinnmaximum.

5) Ermitteln Sie die Gleichung der linearen Betriebskostenfunktion!
   a) Die Fixkosten betragen 300 GE, die variablen Kosten 1,2 GE/ME.
   b) Die Fixkosten betragen 500 GE, die Kosten für 300 ME betragen 1250 GE.
   c) Die Kosten für 100 ME betragen 1000 GE, für 500 ME 1800 GE.

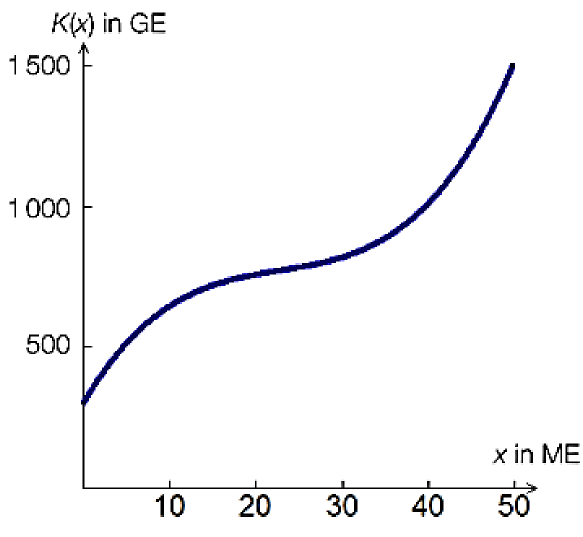
6) Die Kostenfunktion einer Handtuchproduktion ist $K(x) = 12x+20000$.
   a) Bestimmen Sie die Stückkostenfunktion $\overline{K}(x)$.
   b) Berechnen Sie die Gesamtkosten und die Stückkosten bei einer Produktion von 100 Stück
   c) Berechnen Sie die Stückkosten bei einer Produktion von 700 Stück.
   d) Begründen Sie, warum es keine minimalen Stückkosten geben kann.
   e) Der Marktpreis variiert mit der Funktion $p(x) = 200 - 0{,}2x$. Bestimmen Sie damit die Gewinnfunktion und das Gewinnmaximum.

7) In der nachstehenden Grafik sind Funktionsgraphen der Kostenfunktion K und der Erlösfunktion E eines Produktes dargestellt:



– Lesen Sie den maximalen Erlös und die zugehörige Mengeneinheit aus der Grafik ab.
– Lesen Sie aus der Grafik den Gewinnbereich ab.
– Zeichnen Sie den Graphen der Gewinnfunktion näherungsweise in die Grafik ein.
– Lesen Sie näherungsweise den maximalen Gewinn ab

8) In der nachstehenden Grafik ist eine Kostenfunktion für die Produktion eines Spielzeugautos dargestellt.



– Zeichnen Sie die Erlösfunktion für den Fixpreis p = 25 GE/ME in die Grafik ein und bestimmen Sie damit den Gewinnbereich und den maximalen Gewinn

9) a) Erstellen Sie eine Grafik der Kostenfunktion $K(x)= 0{,}5x+20$ und der Erlösfunktion $E(x) = 20x-x^2$ im Intervall [0;20] und ermitteln Sie grafisch das Gewinnmaximum.
(x in Mengeneinheiten, E und K in Geldeinheiten)

b) Berechnen Sie die Kosten pro Mengeneinheit bei einer Produktion von 10 ME.

Lösungen:

1) a) $K(x) = 1{,}50 \cdot x + 75000$

b) $\overline{K}(x) = 1{,}50 + \frac{75000}{x}$ $\overline{K}(45000) = 3{,}17$ €/Stk

c) ~~K~~ 60% von 45000 = 27 000 $\overline{K}(27000) = 4{,}28$ €/Stk.

d) $8 - 3{,}17 = 4{,}83$ €/Stk Gewinn bei voller Auslastung

2) $G(x) = 80x - 10x^2 - (x^2 + 8x + 32) = -11x^2 + 72x - 32$

Gewinngrenzen: $G(x) = 0 \Rightarrow \underline{x_1 = 0{,}48 \quad x_2 = 6{,}07 \text{ ME}}$

Gewinnmaximum: $G'(x) = 0 \Rightarrow -22x + 72 = 0 \Rightarrow \underline{x = 3{,}27 \text{ ME}}$

$p(3{,}27) = 80 - 10 \cdot 3{,}27 = \underline{47{,}3 \text{ GE/ME}}$ $\underline{\underline{G(3{,}27) = 85{,}8 \text{ GE}}}$

3) $E(x) = 1{,}80x$

$G(x) = 1{,}80x - (0{,}05x^2 - 0{,}05x + 3{,}75)$

$= 1{,}80x - 0{,}05x^2 + 0{,}05x - 3{,}75 = \underline{-0{,}05x^2 + 1{,}85x - 3{,}75}$

Gewinngrenzen: $G(x) = 0 \Rightarrow \underline{x_1 = 2{,}15 \quad x_2 = 34{,}85 \text{ ME}}$

Gewinnmaximum: $G'(x) = 0 \rightarrow -0{,}10x + 1{,}85 = 0 \Rightarrow \underline{x = 18{,}5 \text{ ME}}$

$\underline{G(18{,}5) = 13{,}36 \text{ GE}/\cancel{\text{ME}}}$

4) a) $K(x) = kx + 2000$

$5500 = k \cdot 50 + 2000 \Rightarrow k = \frac{3500}{50} = 70$

$\underline{K(x) = 70x + 2000}$

b) $\overline{K}(x) = 70 + \frac{2000}{x}$ $\underline{\overline{K}(200) = 80}$ ~~GE/ME~~ €/Stk

c) $E(x) = 200x - 0{,}5x^2$

$G(x) = 200x - 0{,}5x^2 - 70x - 2000$

$G(x) = -0{,}5x^2 + 130x - 2000$

$G'(x) = -1x + 130 = 0 \Rightarrow \underline{x = 130 \text{ Stk}}$

$\underline{G(130) = 6450 \text{ €}}$ $\underline{= G_{max}}$

5a) $K(x) = 1{,}2\,x + 300$

b) $K(x) = k \cdot x + 500$ $\quad K(300) = 1250$

$k \cdot 300 + 500 = 1250 \quad |-500$

$\Rightarrow \quad k = \frac{750}{300} = 2{,}5$

$\Rightarrow \underline{K(x) = 2{,}5x + 500}$

c) $K(100) = 1000$

$K(500) = 1800$

$\left.\begin{array}{l} k \cdot 100 + F = 1000 \\ k \cdot 500 + F = 1800 \end{array}\right\} -$

$-400k = -800 \quad |: -400$

$\underline{k = \cancel{1}2}$

$2 \cdot 100 + F = 1000 \quad |-200$

$\underline{F = 800}$

$\Rightarrow \underline{K(x) = 2x + 800}$

6) a) $\overline{K}(x) = 12 + \frac{20\,000}{x}$

b) $K(100) = 12 \cdot 100 + 20\,000 = \underline{21\,200\ €}$

$\overline{K}(100) = 12 + \frac{20\,000}{100} = \underline{212\ €/Stk}$

c) $\overline{K}(700) = 12 + \frac{20\,000}{700} = \underline{40{,}57\ €/Stk}$

d) Weil die Funktion $\overline{K(x)}$ für wachsende x immer kleiner wird, aber den Grenzwert 12 nie erreicht

e) $E(x) = 200x - 0{,}2x^2$

$G(x) = 200x - 0{,}2x^2 - 12x - 20\,000$

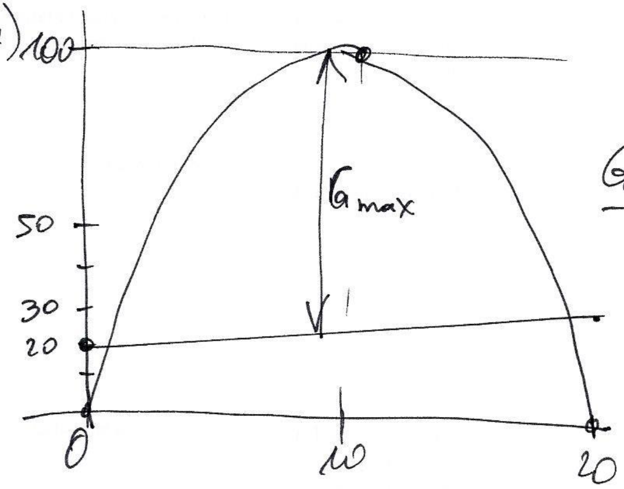
$G(x) = -0{,}2x^2 + 188x - 20\,000$

$G'(x) = -0{,}4x + 188 = 0 \Rightarrow x = \frac{188}{0{,}4} = \underline{470\ Stk}$

$\underline{G(470) = 24\,180\ €}$

7) $E_{max} \approx 1020$ GE bei $x = 700$ ME
Gewinnbereich: [200 ; 1050] ME
$G_{max} \approx 440$ GE

8) $E = 25 \cdot x$ $E(50) = 1250$
Gewinnbereich [40;40] ME Gewinnmax ≈ 0

9a)


$\underline{G_{max} \sim 75 \text{ GE}}$

b) $\overline{K}(x) = 0{,}5 + \frac{20}{x}$ $\overline{K}(10) = 0{,}5 + \frac{20}{10} = \underline{2{,}5 \text{ GE/ME}}$